

## Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung.

Von

HANS BUCKA.

Mit 1 Textabbildung.

(Eingegangen am 10. Mai 1948.)

I. G. HAGEN ließ in seinem bekannten Versuch zum Nachweis der Erddrehung 2 Wagen großer Masse auf einem an einer Torsionseinrichtung aufgehängenen Waagebalken zur Mitte fahren und erreichte mit seiner 260 kg schweren Anordnung eine Änderung des Trägheitsmomentes um die lotrechte Schwerpunktsachse im Verhältnis 7:1. Die ursprüngliche Winkelgeschwindigkeit gegen den Fixsternhimmel wird auf das 7fache erhöht und eine relative Drehung gegen den Experimentierraum von etwa  $2 \cdot 10^{-2}$ /sec beobachtet. In der folgenden Arbeit wird eine Anordnung angegeben, die im wesentlichen nur aus einem 1,5 m langen Messingstab und einem Torsionsdraht besteht, bei der ebenfalls unter Anwendung des Drehimpulssatzes, aber bei anderer Versuchsführung, eine Änderung des Trägheitsmomentes im Verhältnis  $10^4:1$  erhalten wird. Die relative Winkelgeschwindigkeit gegen den Erdboden kann auch in großen Hörsälen mit bloßem Auge gut beobachtet werden (am Anfang  $10^\circ$ /sec), sie wird nach etwa 2 sec durch den ballistischen Ausschlag von ungefähr  $10^\circ$  gemessen. Beim zweiten Versuch wirkt ein Torsionsmoment so, daß der durch die Erdrotation bewirkte Drehimpuls gerade aufgehoben wird. Damit ergeben sich neben dem FOUCAULTSchen Pendelversuch zwei nur wenige Sekunden dauernde Vorlesungsversuche, von denen der erste die Erddrehung leicht auf  $\pm 20\%$ , der zweite auf  $\pm 5\%$  zu messen gestattet.

### *Einführung*

Zum Nachweis der Erddrehung sind folgende Versuche erfolgreich durchgeführt worden. I. F. BENZENBERG<sup>1</sup> (1802) und F. REICH<sup>2</sup> (1831) untersuchen das Vorauseilen fallender Körper nach Osten infolge der Erdrotation. Bei 158 m Fallhöhe beträgt die Abweichung 28,4 mm. I. G. HAGEN<sup>3</sup> (1912) beobachtet die Ostabweichung des dünnen Aufhängefadens eines an einer Fallmaschine verlangsamt fallenden Gewichtes. L. FOUCAULT<sup>4</sup> (1851) und viele Nachfolger zeigen an der für

<sup>1</sup> BENZENBERG, I. F.: Versuche über die Gesetze des Falles. Dortmund 1804.

<sup>2</sup> REICH, F.: Fallversuche. Freiburg 1831.

<sup>3</sup> HAGEN, I. G.: Specola Vaticana I, La rotation de la Terra. Rom 1912.

<sup>4</sup> FOUCAULT, L.: C. r. **32**, 135 (1851). Eine umfassende theoretische Arbeit zum FOUCAULTSchen Pendelversuch bei H. KAMMERLING ONNES, Diss. Grönningen 1879.

einen irdischen Beobachter durch die Corioliskraft bewirkten Drehung der Pendelebene von  $15^\circ \sin \gamma$ /Stunde ( $\gamma$  = geographische Breite) eines langen schweren Pendels die Erddrehung. I. G. HAGEN<sup>1</sup> (1911, 1920) benutzt die Erhaltung des Drehimpulses eines abgeschlossenen Systems, um durch Verändern des Trägheitsmomentes eine Winkelgeschwindigkeit relativ zum Beobachtungsraum zu erhalten. Zu diesem Zweck läßt er 2 Wagen von je 88,6 kg Masse auf einem  $8\frac{1}{2}$  m langen Waagebalken, der bifilar an zwei 5 m langen Drähten aufgehängt ist, hin- und herfahren und beobachtet nach  $1\frac{1}{2}$  min einen ballistischen Ausschlag von  $0,4^\circ$ .

Bei der HAGENSchen Anordnung wird die Möglichkeit, durch Verkleinern des Trägheitsmomentes die Winkelgeschwindigkeit zu erhöhen, nur wenig ausgenutzt. Das Trägheitsmoment des Waagebalkens, welches ja konstant bleibt, verhindert, daß man wesentlich über die Größenordnung 10 für das Verhältnis der Trägheitsmomente am Anfang und am Ende des Versuches hinauskommt. Außerdem können die Wagen höchstens bis an die Mittelachse heranfahren, wo das Abbremsen der schweren Wagen wie auch vorher das Beschleunigen nach HAGEN erhebliche Schwierigkeiten bereitet. HAGEN erreichte mit seinem „Isotomeograph“, welcher in einem Turm des Vatikans aufgestellt wurde, eine Änderung der Trägheitsmomente im Verhältnis 7:1.

In der folgenden Versuchsanordnung dreht sich ein Stab aus einer horizontalen Anfangslage in die lotrechte Lage. Da ein „schädliches Trägheitsmoment“ wie bei dem HAGENSchen Waagebalken kaum merklich ist, erreicht man mit einfachen Mitteln eine Änderung des Trägheitsmomentes im Verhältnis  $10^4:1$ . Dadurch ergibt sich mehr als die tausendfache relative Winkelgeschwindigkeit wie bei dem Versuch von HAGEN. Diese Geschwindigkeit wird durch die Amplitude der Schwingung um die Längsachse des Stabes gemessen. In einem zweiten Versuch wird der Torsionsdraht vor Beginn des Stabschwenkens um einen Winkel von etwa  $5^\circ$  tordiert und dadurch erreicht, daß in der lotrechten Lage der Impuls gegen den Hörsaal gerade Null ist. Aus dem Torsionswinkel und der Einschwenkzeit folgt in einfacher Rechnung die Winkelgeschwindigkeit der Erde.

#### *Versuchsanordnung.*

Ein runder Messingstab *S*, der in der Höhe seines Schwerpunktes zur Verstärkung einen kleinen Stahlring *R* trägt, ist im Schwerpunkt durchbohrt und um die mit den Aufhängedrähten *H* fest verbundene geschmierte Achse *A* drehbar (Abb. 1). Über einen Träger *E* aus Leichtmetall und 2 Drähte *D* ist die Anordnung an einem Torsionsdraht *T*

<sup>1</sup> HAGEN, I. G.: Publikation der Vatikansternwarte, Vol. I. 1911. — Z. Instrumentenkde. 40, 65 (1920).

mit kleiner Rückstellkraft aufgehoben. Der Träger  $E$  trägt eine Feineinstellung  $F$  für die Länge eines der beiden Haltedrähte  $H$ . Ein kleines verschiebbares Übergewicht  $G_1$  auf der einen Seite des Stabes und 2 Seilbremsen  $B$  können so eingestellt werden, daß der Stab aus der horizontalen Ausgangslage entweder in die lotrechte Lage aperiodisch einschwenken (erster Versuch) oder um die Achse  $A$  mit der lotrechten Lage als Ruhelage hin- und herschwingen kann (zweiter Versuch). Bei Beginn der Versuche liegt das Stabende, welches das Übergewicht  $G_1$  trägt, auf einer kleinen Halteplatte  $P$  auf, die um die feste Achse  $C$  gedreht werden kann. Ein eisernes Übergewicht  $G_2$  auf der Platte drückt das unbelastete Stabende leicht auf die Unterlage  $U$ . Mittels eines Elektromagneten  $M$  kann  $G_2$  aufgehoben und der Stab ausgelöst werden. Der Torsionsdraht muß bei waagrechter Ausgangslage des Stabes untordiert und lotrecht sein. Die Feineinstellung für die lotrechte Lage des Torsionsdrahtes vor Versuchsbeginn erreicht man leicht, indem man die Platte mehrmals so dreht, daß der Stab ein kleines Stück dem durch  $G_1$  hervorgerufenen Moment folgen kann. Die Stablage bei untordiertem Torsionsdraht bestimmt man aus den Amplituden der Torsionsschwingung bei nur wenig gegen die Vertikale geneigten Stab (kleine Schwingungsdauer!), indem man beispielsweise über die beiden Haltedrähte  $H$  auf einer Skala die Ruhelage anvisiert. Die Versuchsanordnung wird im Raum so orientiert, daß die Achse  $A$  in einer Meridianebene liegt, um beim Schwingen des Stabes ein kleines Moment im Sinne des Kreiselkompasses zu vermeiden.

Eine Anordnung von folgenden Abmessungen hat sich bewährt: Länge des Stabes 1,5 m, Durchmesser 1,3 cm, Gewicht 1,1 kp. Um das Verhältnis der Trägheitsmomente noch etwas zu erhöhen, war ein Messingrohr verwendet worden, dessen Enden mit Blei ausgegossen waren. Länge des Torsionsdrahtes aus Stahl 1 m, Durchmesser 0,32 mm. Länge der Stahlachse  $A$  8 cm, Durchmesser 4 mm; äußerer Durchmesser des Verstärkungsringes 2,5 cm, Länge 2 cm. Länge der Drähte  $H$  80 cm, Länge der Drähte  $D$  40 cm, Durchmesser der Drähte  $H$  und  $D$  0,8 mm.

#### *Der erste Versuch.*

In der horizontalen Ausgangsstellung nimmt unser Stab an der Erddrehung teil und hat in bezug auf die Verlängerung des Torsionsdrahtes als Achse eine Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_1 = \omega_{\text{Erde}} \sin \gamma, \quad (1)$$

worin  $\gamma$  die geographische Breite bedeutet. Das Übergewicht  $G_1$  auf dem Stab stellen wir so ein, daß der Stab mit möglichst kleiner Dämpfung mehrmals um die Achse  $A$  hin- und herpendelt, nachdem wir ihn

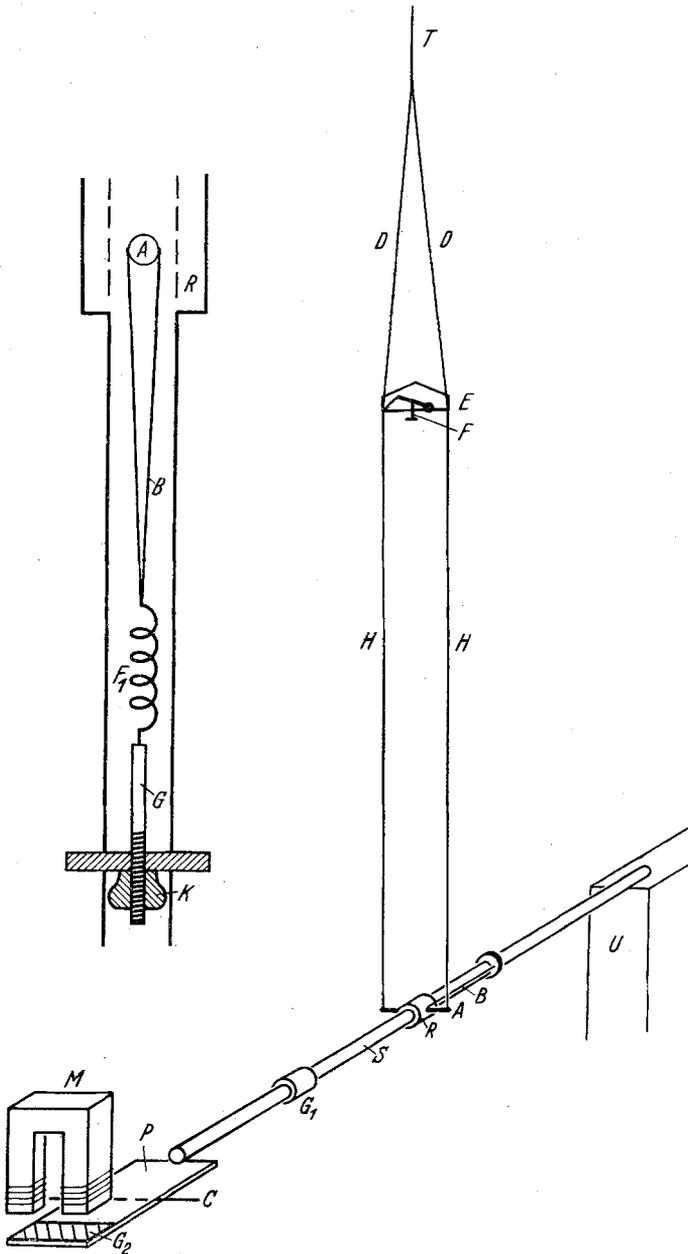


Abb. 1. Stab zum Nachweis der Erddrehung. *S* Stab; *T* Torsionsdraht; *D, H* Halteedrähte; *F* Feineinstellung für *H*; *G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub>* Übergewichte; *B* Seilbremse mit Feder *F<sub>1</sub>*, Gewindestift *G* und Haltemutter *K*.

mit dem Elektromagneten ausgelöst haben (Schwingungszeit des Stabes etwa 15 sec). Das Trägheitsmoment um die Torsionsachse sei in der waagrechten Stellung  $\Theta_1$ , in der senkrechten  $\Theta_2$ . Wir wollen annehmen, daß wir die Achse  $A$  noch nicht hinreichend genau waagrecht ausgerichtet hatten, so daß diese noch den kleinen Winkel  $\beta$  mit der Horizontalebene einschließt. Hat der Stab beim Durchgang durch die lotrechte Lage die Winkelgeschwindigkeit  $\pm \omega_S$  um die Achse  $A$  (Vorzeichenumkehr beim Zurückschwingen!), so ergibt sich die allein beobachtbare Winkelgeschwindigkeit  $\omega_A$  der Achse  $A$  um die Torsionsachse wegen der Erhaltung des Drehimpulses aus

$$\omega_1 \Theta_1 = \text{const} = \pm \omega_S \Theta_1 \sin \beta + (\omega_A + \omega_1) \Theta_2$$

zu

$$\omega_A = \omega_1 \left( \frac{\Theta_1}{\Theta_2} - 1 \right) \mp \frac{\omega_S \Theta_1 \sin \beta}{\Theta_2}. \quad (2)$$

Solange der Stab noch einige Grade von der Ruhelage entfernt ist, können wir keine Bewegung der Achse wahrnehmen. Erst in unmittelbarer Nähe der Lotlage ist eine kurze Drehung um etwa  $5^\circ$  im Sinne von  $\omega_A$  zu beobachten, die nach dem Durchgang durch die Ruhelage sofort wieder zurückgeht. Um die durch die schnelle Auslenkung der Achse  $A$  angestoßene sehr schnelle Drehschwingung des Trägers  $E$  rasch zu dämpfen, stecken wir zwischen die Drähte  $D$  ein Karteiblatt als Luftdämpfung. Wenn

$$\omega_S \Theta_1 \sin \beta > \omega_1 (\Theta_1 - \Theta_2) \quad (3)$$

ist, erfolgt die Drehung beim Zurückschwingen in entgegengesetztem Sinne wie beim Hinschwingen. *Wir verändern nun mittels der Feineinstellung  $F$  solange die Länge des einen der beiden Haltedrähte  $H$ , bis der Ausschlag bei Hin- und Rückschwingung nach derselben Seite, jetzt im Sinne der Erddrehung, erfolgt.* Dann sind wir zunächst sicher, daß

$$\omega_S \Theta_1 \sin \beta < \omega_1 (\Theta_1 - \Theta_2). \quad (4)$$

ist. Für den ersten Versuch reicht diese Genauigkeit bei weitem aus, beim zweiten Versuch wird auch der restliche Fehler ausgeschaltet.

Jetzt stellen wir die Seilbremse und das Übergewicht so ein, daß der Stab nicht über die lotrechte Lage hinausschwingt. Um bei etwas zu kleiner Dämpfung ein Überschreiten der Ruhelage zu vermeiden, bringen wir zwischen den beiden Drähten  $H$  oben eine ein wenig durchhängende Schnur an. Da jetzt die Winkelgeschwindigkeit des Stabes  $\omega'_S$  sehr viel kleiner als  $\omega_S$  beim ungedämpften Schwingen ist, gilt nach (4)

$$\omega'_S \Theta_1 \sin \beta \ll \omega_1 (\Theta_1 - \Theta_2), \quad (5)$$

und wir erhalten für die Winkelgeschwindigkeit  $\omega'_A$  der Achse  $A$

$$\omega'_A = \omega_1 \left( \frac{\Theta_1}{\Theta_2} - 1 \right). \quad (6)$$

Der Stab führt nun Drehschwingungen um die Torsionsachse aus. Wir messen den ersten Ausschlag und die Schwingungsdauer  $T_2$  der so angestoßenen Eigenschwingung um die lotrechte Stabachse. Mit der in einem Vorversuch ermittelten Schwingungsdauer  $T_1$  für die horizontale Stablage erhalten wir aus (6) unter Vernachlässigung der 1 gegen  $\Theta_1/\Theta_2$  nach einfacher Rechnung

$$\omega_1 = \omega_{\text{Erde}} \sin \gamma = \frac{2\pi}{T_1^2} \alpha T_2. \quad (7)$$

Mit einer Anordnung der angegebenen Abmessungen erhält man  $T_1 = 390$  sec und beispielsweise  $\alpha = 12^\circ$ ,  $T_2 = 7,2$  sec,  $\omega_1 = 0,62 \cdot 10^{-4}$ /sec an Stelle des für  $51^\circ$  geographische Breite genauen Wertes  $0,565 \cdot 10^{-4}$ /sec.

#### *Der zweite Versuch.*

Wir stellen jetzt Seilbremse und Übergewicht  $G_1$  wieder so, daß der Stab möglichst ohne Dämpfung mehrmals hin- und herschwingen kann. Beim Durchschwingen durch die Ruhelage beobachten wir, wie oben beschrieben, einen kurzen Ausschlag von etwa  $5^\circ$  im Sinne der Erddrehung. Wir geben nun durch Drehen des Torsionsdrahtes ein äußeres Moment derart vor, daß beim ersten Durchgang durch die Ruhelage der durch die Erddrehung bewirkte Ausschlag gerade aufgehoben wird. Da sich die Achse  $A$  wegen der Anordnung der Aufhängung praktisch nicht aus der horizontalen Lage herausdrehen kann, haben wir es wenigstens näherungsweise mit einem Kreisel von nur 2 Freiheitsgraden zu tun (Drehachsen: Torsionsachse; Achse  $A$ ), denn die Achse  $A$  steht bereits in Nordrichtung, so daß keine zusätzliche Bewegung durch die Erddrehung entsprechend dem Kreiselkompaß auftreten kann. Wir haben den Torsionswinkel so eingestellt, daß der erste Durchgang „glatt“ erfolgt, die Achse  $A$  sich also nicht in der Horizontalebene dreht. Damit bleibt das Torsionsmoment  $M$  konstant und wir erhalten

$$\omega_1 (\Theta_1 - \Theta_2) + \omega_S \Theta_1 \sin \beta = -M t = -\alpha k t, \quad (8)$$

wobei  $t$  die Dauer einer Viertelschwingung,  $k$  die Torsionskonstante bedeuten. Indem wir nun denselben Versuch wiederholen, diesmal aber in entgegengesetzter Richtung den Stab schwingen lassen, erhalten wir jetzt

$$\omega_1 (\Theta_1 - \Theta_2) - \omega_S \Theta_1 \sin \beta = -\alpha' k t. \quad (8a)$$

Durch Addition ergibt sich hieraus die *die Neigung des Stabes in der Ruhelage nicht mehr enthaltende Bestimmungsgleichung für*

$$\omega_1 = -\frac{k}{2(\Theta_2 - \Theta_1)}(\alpha + \alpha')t. \quad (9)$$

Da das Auge außerordentlich empfindlich das kleinste Zittern der Haltedrähte bemerkt, können wir den Torsionswinkel recht genau einstellen. Für meine Anordnung galt  $k = 800 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ ,  $\Theta_1 = 3,1 \cdot 10^6 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}$  und es ergab sich beispielsweise  $\alpha = 2,75^\circ$ ,  $\alpha' = 3,68^\circ$ ,  $t = 4 \text{ sec}$ ,  $\omega_1 = 0,575 \cdot 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ . Den Durchmesser des Torsionsdrahtes kann man, ohne die Sicherheit zu gefährden, noch auf die Hälfte verkleinern und bekommt dann 16mal größere Torsionswinkel. Dieser Versuch scheint mir geeignet, Messungen der Erddrehung mit mindestens ebenso großer Genauigkeit anzustellen wie bei den Präzessionsmessungen der Beobachtung der Ostabweichung des Aufhängefadens eines Fallgewichtes<sup>1</sup> (HAGEN 1912, Fehler  $\pm 0,1\%$ ), die bisher als die genauesten Versuche galten, die Erddrehung rein terrestrisch zu messen. Im Vorlesungsversuch erreichen wir eine Genauigkeit von  $\pm 5\%$ .

#### *Fehlerdiskussion.*

Es muß darauf geachtet werden, daß die Halteplatte in der Richtung senkrecht zum Stab sowie die Achse  $C$ , um welche sich die Halteplatte dreht, genau waagrecht sind. Auch ist es zweckmäßig, den Auslösemagneten auf demselben Stativ wie die Halteplatte anzubringen. Natürlich müssen Schwingungen oder zufällige seitliche Stöße an der Auslösevorrichtung im Augenblick des Auslösens sorgfältig vermieden werden, da sie die geringe Winkelgeschwindigkeit der Erde stark fälschen würden. Luftströmungen können unter Umständen dann stören, wenn die Normalkomponente ihrer Geschwindigkeit zum Stab größer als etwa  $10 \text{ cm/sec}$  ist, wie eine einfache, von der Erfahrung bestätigte Abschätzung zeigt. Sie können nötigenfalls stets durch geeignet aufgestellten Windschutz parallel zum Stab und zur Luftdämpfung beseitigt werden.

Zur Übersicht seien zum Schluß die einzelnen Stufen der beiden Versuche kurz zusammengefaßt:

*Vorbereitung.* Zum Justieren des Stabes für genau senkrechte Ruhelage läßt man ihn bei gelöster Seilbremse um die Ruhelage schwingen und verändert die Achsenneigung mittels der dafür vorgesehenen Feinstschraube  $F$  so lange, bis der kurze Drehstoß im Augenblick des Durchschwingens durch die Ruhelage ungefähr gleich groß in Richtung der Erddrehung ausfällt. In der Ruhelage der Torsion liegt die Achse  $A$  in einer Meridianebene.

<sup>1</sup> HAGEN, I. G.: Specola Vaticana I, La rotation de la Terra. Rom 1912.

*Versuch I.* Man stellt Seilbremse  $B$  und Übergewicht  $G_1$  so ein, daß der Stab aperiodisch gedämpft in die senkrechte Lage einschwenkt. Der ballistische Ausschlag um die senkrechte Torsionsachse nach dem Einschwenken und die dazugehörige Eigenschwingungszeit sind ein Maß für die Normalkomponente der Erddrehung.

*Versuch II.* Die Seilbremse wird gelöst. Der Stab pendelt periodisch um die horizontale Drehachse  $A$ . Durch Drehen des Torsionskopfes wird vor dem Auslösen des Pendels eine Anfangstorsion so vorgegeben, daß beim ersten Durchgang durch die senkrechte Lage der Ausschlag infolge der Erdrotation gerade durch dieses Torsionsmoment kompensiert wird. Aus der Pendelschwingungsdauer und dem anfänglich vorgegebenen Drehmoment ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung.

Ich danke meinem Lehrer, Herrn Prof. Dr. M. KERSTEN, für sein großes Interesse an der beschriebenen Versuchsanordnung, für viele anregende Diskussionen sowie einige Verbesserungsvorschläge. Er hat die Versuche in seiner Vorlesung wie bei anderen Gelegenheiten vorgeführt.

*Jena*, Physikalisches Institut der Universität, im Mai 1948.