Zeitschrift für Physik, Bd. 128, S. 104—107 (1950).

Zwei einfache Vorlesungsversuche zum Nachweis der Erddrehung *.
II. Teil.

Von

HANS BUCKA.

(Eingegangen am 1. März 1950.)

Als Ergänzung zu I soll hier ein Versuch nachgetragen werden, bei welchem das beim Eindrehen des Stabes mögliche Kreiselkompaßmoment zum Nachweis der Erddrehung mit ausgenutzt wird. Dieses war in I durch Stellung der Drehachse in Nord-Südrichtung ausgeschaltet. Der für die Messung ausschlaggebende Drehimpuls des lotrechten Stabes läßt sich bis zum $\left(1+\frac{\pi}{2}\right)\cdot\operatorname{ctg}\gamma$-fachen Betrag desjenigen Drehimpulses vergrößern, der ohne Ausnutzung des Kreiselkompaßmomentes vorhanden ist. Es ergibt sich die Möglichkeit, die Drehachse leichter als in I beschrieben einzujustieren.

Die Achse A, um die sich der Stab beim Einschwenken mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_s(t)$ dreht, möge so orientiert sein, daß während des Einschwenkens $\vec{\omega}_s$ mit der Nordrichtung den Winkel φ einschließt. φ soll positiv im Sinne N, NO, O gezählt werden, da dann mit wachsendem φ der Drehimpuls verstärkt wird. Während des Einschwenkens des Stabes in die Lotlage sucht das Kreiselkompaßmoment $M=\omega_{\text{Erde}}\cos\gamma\cdot\Theta_1\,\omega_s(t)\cdot\sin\varphi$ die Achse A in die Nordrichtung zu drehen ($\gamma=$ geographische Breite, $\Theta_1=$ Trägheitsmoment des Stabes um die Drehachse). Die durch M hervorgerufene Drehimpulsänderung G_M um die Lotachse ergibt sich durch Integration über die Einschwenkzeit t zu

$$G_M=\omega_{\text{Erde}}\cos\gamma\,\Theta_1\sin\varphi\int_0^t\omega_s(t)\,dt=\frac{\pi}{2}\,\omega_{\text{Erde}}\cos\gamma\,\Theta_1\sin\varphi. \tag{1}$$

In der waagerechten Ausgangslage hat der Stab bereits den Drehimpuls $G_1=\Theta_1\,\omega_{\text{Erde}}\sin\gamma$ um die Lotachse. Somit beträgt der beim Erreichen der Lotlage des Stabes vorhandene Drehimpuls mit $G_0=G_1\cdot\operatorname{ctg}\gamma$ und $G_\beta=\omega_s\cdot\Theta_1\sin\beta$ ($\beta=$ Achsenneigung)

$$G=G_M+G_1+G_\beta=G_0\left(\frac{\pi}{2}\sin+\operatorname{tg}\gamma+\frac{\omega_s\sin\beta}{\omega_{\text{Erde}}\cos\gamma}\right). \tag{2}$$

Diese Beziehung bietet eine einfache Möglichkeit für das notwendige Justieren der Achse. Zu diesem Zweck wählen wir $\frac{\pi}{2}\sin\varphi=-1$, $\varphi=-39{,}5°$. Wir lassen nun den Stab gedämpft einschwingen und

* Z. Physik 126, 98 (1949), im folgenden als I bezeichnet.

verändern die Achsenneigung mittels der Feinstellschraube F (siehe I, Fig. 1), bis der Impulsausschlag bei lotrechter Stablage gerade Null ist. Nachdem die Achsenneigung auf diese Weise justiert ist, drehen wir die ganze Anordnung zunächst um $+39{,}5°$. Die Drehachse steht damit in Nord-Südrichtung. Mit $\varphi = 0$ folgt aus (2) $G = G_0 = \Theta_1\, \omega_{\text{Erde}} \cos\gamma$. Wir können jetzt die Anordnung nochmals um denselben Winkel drehen und erhalten mit $\varphi = +39{,}5°$ $G = 2G_0$. Dreht man die Versuchsanordnung weiter bis $\varphi = +90°$, so ergibt sich als Drehimpuls des lotrechten Stabes nach (2) $G = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) G_0$.

Aus Zuschriften interessierter Leser geht hervor, daß folgende Hinweise zur Versuchstechnik vielleicht nützlich sein können: Die Anordnung ist jetzt fest in einem Glaskasten eingebaut, um störende Luftbewegungen besser als durch einfache Schutzwände (siehe I) auszuschalten. Das Gerät kann beispielsweise auf einem Drehschemel in jede Richtung gedreht werden. Das Übergewicht G_2 darf, wie schon in I beschrieben, nur ganz leicht das nach oben gehende Stabende auf die Unterlage U drücken. Andernfalls geraten die Drähte H beim Auslösen in Schwingungen, welche sich bei lotrechter Stablage in störende Drehausschläge verwandeln können. Die Drähte H wurden schon früher nicht unmittelbar an der Achse A befestigt, sondern an 2 Blechstreifen, welche mit A fest verbunden sind und etwa 5 cm nach oben führen. Diese Einzelheit wurde in Fig. 1, I versehentlich nicht dargestellt.

Der in der Lotlage des Stabes vorhandene Drehimpuls kann nach I entweder durch den ballistischen Ausschlag oder durch Kompensation mit vorgegebenem Torsionsmoment gemessen werden. Die Ableitung der in I angegebenen Gl. (7) für die ballistische Methode setzt voraus, daß der Drehausschlag erst beginnt, nachdem der Stab sein endgültiges Trägheitsmoment Θ_2 angenommen hat. Diese Annahme ist nun zwar experimentell nicht streng erfüllt, da der Stab mit endlicher Geschwindigkeit in seine endgültige Lage einschwenkt. Jedoch läßt sich die Zeit, die vom Beginn eines merklichen Drehausschlages bis zur Einstellung des endgültigen Trägheitsmomentes verstreicht, mittels der Dämpfung beim Einschwingen des Stabes wesentlich kleiner als die Dauer einer viertel Torsionsschwingung einstellen. Damit behält (7) in I bei den angegebenen Fehlerschranken unter den vorliegenden Versuchsbedingungen Gültigkeit (vgl. Tabelle 2).

Bei der Kompensationsmethode läßt man den Stab etwas über die Lotlage hinausschwingen. Der sich einstellende Drehausschlag ist dann lediglich von der Durchgangsgeschwindigkeit durch die Senkrechte abhängig. Bei einmal eingestellter Abbremsung des Stabes bleibt die Durchgangsgeschwindigkeit hinreichend konstant. Beispielsweise betragen die Abweichungen bei unserer Anordnung weniger als 5%, wenn man den Stab um etwa 20° über die Lotlage herausschwingen läßt und 50 Messungen hintereinander ausführt. Die ersten 3 oder 4 Messungen weichen dabei noch um etwas mehr ab, weil die Zähigkeit des Öles im Lager des Stabes noch nicht ihren endgültigen Wert angenommen hat. Der in I angegebene zweite Versuch läßt sich vorteilhafter mit einem nur wenig durchschwingenden Stab wie eben beschrieben ausführen (kleineres ω_s beim Durchgang durch die Lotlage), da dann Abweichungen von genau horizontaler Achsenlage einen relativ kleineren Fehler ergeben. Wie viele inzwischen mit der Kompensationsmethode ausgeführte Messungen ergeben haben (vgl. Tabelle 1), ist die für den zweiten Versuch in I angegebene Fehlerschranke selbst bei gedämpft einschwingendem Stab zu eng; man muß auch bei diesem Versuch im allgemeinen mit etwa 20% Fehler rechnen.

Das Ergebnis eines Versuches, bei dem das Kreiselkompaßmoment ausgenutzt wurde, ist in den folgenden beiden Tabellen aufgeführt. Tabelle 1 gibt die Meßwerte bei Benutzung der Kompensationsmethode. Hierin bedeuten ϑ den maximalen Auslenkwinkel der Achse A infolge des Drehstoßes bei lotrechter Stablage, ε den geschätzten Winkel, um den beim Einjustieren der Achsenneigung die Feinstellschraube F gedreht wurde, α den Torsionswinkel bei Kompensation des Drehausschlages ϑ durch Vorgeben des Torsionsmomentes. Die Einschwenkzeit bis zur Lotlage betrug $t = 11$ sec. Die Auslenkwinkel wurden mittels Lichtzeigers abgelesen. In der Tabelle sind die Mittelwerte von ϑ für jeweils zehn hintereinander liegende Messungen mit dem mittleren quadratischen Fehler als Maß für die Schwankung angegeben. Der Stab schwenkte um etwa 30° bei den Messungen über die Lotlage hinaus. Aus der Tabelle entnehmen wir, daß ein Torsionswinkel $\alpha = 1{,}96 \cdot 10^{-2} \frac{13{,}8}{13{,}1} = 2{,}06 \cdot 10^{-2}$ bei der Einschwenkzeit $t = 11$ sec den G_0 entsprechenden Auslenkwinkel gerade kompensiert. Mit der Torsionskonstanten $k = 839$ dyn · cm† und $\Theta_1 = 3{,}66 \cdot 10^6$ g cm²† ergibt sich aus $\alpha \cdot k \cdot t = \Theta_1\, \omega_{\mathrm{Erde}} \cos\gamma$, $\omega_{\mathrm{Erde}} \sin\gamma = 0{,}64 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$. — In Tabelle 2 sind die Ergebnisse von fünf hintereinander liegenden Messungen des Drehimpulses durch den ballistischen Ausschlag α und die Schwingungsdauer T_2 der Torsionsschwingung in der Endlage des Stabes angeführt. Die Achse war bei $\varphi = -39{,}5°$ in der geschilderten Weise justiert worden. Die α-Werte wurden bei $\varphi = +39{,}5°$ gemessen. Da in dieser Stellung der Drehimpuls des Stabes in der lotrechten Lage $G = 2G_0$ beträgt, lautet für diesen Fall jetzt (7) in I $2 \cdot \omega_{\mathrm{Erde}} \cos\gamma = 2\pi\, T_2\, \alpha / T_1^2$. Hieraus ergibt sich mit $T_1 = 415$ sec† und $\alpha T = 2{,}8$ sec, $\omega_{\mathrm{Erde}} \sin\gamma = 0{,}63 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$. Für Jena ist $\omega_{\mathrm{Erde}} \sin\gamma = 0{,}565 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{sec}^{-1}$, die abgemessenen Werte sind etwa 12% zu groß.

† Die Abmessungen der Anordnung sind gegenüber den in I beschriebenen Daten etwas geändert worden.

Tabelle 1. *Einjustierung der Drehachse mit Hilfe des Kreiselkompaßmomentes; Messung des Drehimpulses $G_0 = \Theta_1 \omega_{\mathrm{Erde}} \cos\gamma$; Kompensation von G_0 durch vorgegebenes Torsionsmoment. Der Stab schwingt um etwa 30° über die Lotlage hinaus.*

	Ausschlagwinkel ϑ, $2\vartheta \cdot 100$
1. Justierung der Achse bei $\varphi = -39{,}6°$	
a) unjustiert	$29{,}3 \pm 2{,}6$
b) Feinstellschraube gedreht um $\varepsilon = -180°$	$5{,}9 \pm 1{,}7$
c) $\varepsilon = -40°$	$0{,}3 \pm 0{,}6$
2. Messung von G_0 bei $\varphi = 0°$	
a) ohne Gegentorsion	$14{,}1 \pm 2{,}3$
b) mit Gegentorsion durch Drehung des Torsionskopfes um $\alpha = 1{,}96 \cdot 10^{-2}$	$1{,}0 \pm 1{,}0$
$\alpha = 3{,}04 \cdot 10^{-2}$	$-5{,}9 \pm 1{,}7$
c) zur Prüfung nochmals wie a)	$14{,}4 \pm 1{,}8$
3. Zur Prüfung Zurückdrehen des Gerätes auf $\varphi = -39{,}6°$ (wie 1c)	$0{,}6 \pm 0{,}9$

Tabelle 2. *Nach Einjustierung der Achse bei $\varphi = -39{,}6°$ wie in Tabelle 1. Messung des Drehimpulses $2G_0 = 2\Theta_1 \omega_{\mathrm{Erde}} \cos\gamma$ durch den ballistischen Ausschlag α und die zugehörige Torsionsschwingungsdauer T_2 nach Einschwenken des Stabes in die Lotlage.*

a) Ausschlagwinkel α	0,33	0,30	0,36	0,39	0,36
b) Schwingungsdauer T_2 (in sec)	6,6	9,5	9,5	7,3	7,3
αT (in sec)	2,18	2,85	3,42	2,85	2,70

Zum Schluß möchte ich bemerken, daß die Fehlerquellen für diese Vorlesungsversuche nicht weniger groß sind als beim FOUCAULTschen Pendelversuch, und daß deshalb brauchbare Ergebnisse nur bei großer Sorgfalt der Versuchsführung erreicht werden können.

Herrn Prof. Dr. M. KERSTEN danke ich wiederum für sein förderndes Interesses an der Weiterentwicklung vorliegender Versuchsanordnung.

Jena, Physikalisches Institut der Universität, im Februar 1950.